

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Дніпропетровський національний університет  
ім. Олеся Гончара**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ  
ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ КУРСУ  
«ДИНАМІКА ПІДЗЕМНИХ ВОД»**

**2012**

**Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України**  
**Дніпропетровський національний університет**  
**ім. Олеся Гончара**  

---

**Кафедра геології та гідрогеології**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ**  
**ПРАКТИЧНИХ РОБІТ ІЗ КУРСУ**  
**«ДИНАМІКА ПІДЗЕМНИХ ВОД»**

**Дніпропетровськ**  
**РВВ ДНУ**  
**2012**

Викладено теоретичні основи фільтрації й масопереносу підземних вод в усталеному та неусталеному режимах. Розглянуто сучасні методи розв'язання гідрогеологічних задач.

Для студентів IV курсу геолого-географічного факультету ДНУ, які навчаються за напрямом «Геологія».

## Передмова

У пропонованих методичних вказівках викладено теоретичні основи руху підземних вод. Також у виданні детально розглянуто застосування сучасних методів розв'язання гідрогеологічних задач.

Так, у першому розділі наведено диференціальні рівняння другого порядку в частинних похідних еліптичного (Лапласа, Пуассона) та параболічного (Фур'є) типів, які описують гідрогеологічні процеси. Зокрема, подано рівняння фільтрації для усталеного й неусталеного режимів із постійними і змінними параметрами, характерними для пористих і тріщинуватих середовищ. Також наведено характеристику рівнянь руху та збереження маси речовини, які становлять основу теорії фізико-хімічної гідродинаміки пористих середовищ. Результати розв'язання прогнозних задач масопереносу із застосуванням аналітичних і числових методів необхідні для наукового обґрунтування заходів з охорони підземних вод, а саме захисту їх від техногенного забруднення й наслідків виснаження території.

У другому розділі ті самі рівняння наведено в скінченно-різницевої формі для застосування числових методів розв'язання гідрогеологічних задач. Розглянуто явні та неявні схеми розв'язання цих задач. Для явних схем подано критерії стійкості фільтраційних і міграційних розв'язань. Формули для визначення критеріїв стійкості різні. Їх вид залежить від вибраної розрахункової гідродинамічної схеми, рівняння, яке описує досліджуваний гідрогеологічний процес, і методу розв'язання поставленої задачі.

У третьому розділі розглянуто такі елементи фільтраційного потоку: фільтраційне середовище, потужність напірного та безнапірного водоносних горизонтів, гідродинамічний напір, повна й одинична витрата, гідродинамічний уклон, швидкість фільтрації. Важливе питання цього розділу – побудова гідродинамічної сітки, яка служить основою для всіх видів прогнозних розрахунків за стрічками струму та побудови математичних моделей зміни гідрогеологічних умов у просторі та часі.

У четвертому розділі подано опис способів аналітичного розв'язання рівнянь Лапласа та Пуассона для побудови депресійної кривої. Такий підхід є актуальний за обмеженої кількості дорогих режимних спостережень.

У п'ятому розділі вміщено опис структури режимної спостережної мережі з її математичним обґрунтуванням і комплекс розрахунків, які становлять наукову основу природоохоронних заходів у гірничодобувних регіонах. У розділі детально проаналізовано існуючі міграційні схеми. Висвітлено переваги та недоліки кожної зі схем.

У виданні, крім того, наведено приклади розрахунків і контрольні запитання й завдання для самостійної перевірки знань. Усі розглянуті задачі є класичні за постановкою проблеми і її вирішенням. Вони є актуальні й мають велике практичне значення.

# 1. Основні рівняння, які описують гідрогеологічні процеси

## Фільтрація

Рух підземних вод у водонасичених пористих і тріщинуватих гірських породах називають фільтрацією. Фільтрацію описують рівняннями математичної фізики в частинних похідних еліптичного та параболічного типу:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = 0; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = 0, \quad T \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + W = 0, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = 0, \quad T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + W = 0; \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{1}{a^*} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad T \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \quad T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial h}{\partial t}; \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = \frac{1}{a^*} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{W}{T} = \frac{1}{a} \frac{\partial h}{\partial t}, \quad T \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + W = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \quad T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + W = \mu \frac{\partial h}{\partial t}; \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ T \frac{\partial H}{\partial x} \right] = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ T \frac{\partial H}{\partial x} \right] + W = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ T \frac{\partial H}{\partial x} \right] + W = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}; \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial H}{\partial x} \right] = \mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial H}{\partial x} \right] + W = \mu \frac{\partial H}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial H}{\partial x} \right] = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial H}{\partial x} \right] + W = 0; \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial h}{\partial x} \right] = \mu \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial h}{\partial x} \right] + W = \mu \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial h}{\partial x} \right] = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[ kh \frac{\partial h}{\partial x} \right] + W = 0; \quad (1.7)$$

де  $H$  – гідродинамічний напір, м;  $T$  – водопровідність, м<sup>2</sup>/добу;  $W$  – інфільтраційне живлення, м/добу;  $a$  – рівнепровідність, м<sup>2</sup>/добу;  $a^*$  – п'єзопровідність, м<sup>2</sup>/добу;  $\mu$  – гравітаційна водовіддача, частки одиниці (далі – ч. о.);  $\mu^*$  – пружна водовіддача, ч. о.;  $x, y, z$  – просторові координати, м;  $t$  – часова координата, доби;  $k$  – коефіцієнт фільтрації, м/добу;  $h$  – потужність водонасиченої частини безнапірного водоносного горизонту, м.

Рівняння Лапласа (1.1) описують процес руху підземних вод в одно-, двох- і тривимірному фільтраційно-однорідному середовищі в усталеному режимі за відсутності інфільтраційного живлення. Рівняння Пуассона (1.2) описують такий самий процес за наявності інфільтраційного живлення.

Рівняння Фур'є (1.3) описують процес руху підземних вод у фільтраційно-однорідному середовищі в неусталеному режимі фільтрації за відсутності інфільтраційного живлення. Параболічні рівняння (1.4) описують той самий процес за наявності інфільтраційного живлення. Рівняння (1.5) – (1.7) характеризують процес фільтрації в анізотропному середовищі для горизонтального (1.5), (1.7) і похилого (1.6) водотривів.

4

### Масоперенос підземними водами

Рух підземних вод у пористих і тріщинуватих породах супроводжують перенесення речовини в розчиненому вигляді й реакції обміну з породами фільтраційного середовища. Такі процеси описують рівняннями руху і збереження маси речовини з теорії фізико-хімічної гідродинаміки пористих середовищ. Найпростіші з них такі:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} = 0, \quad (1.8)$$

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.9)$$

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} + \beta(C_n - C) = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.10)$$

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} + \gamma(C_r - C) = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ D \frac{\partial c}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} (VC) = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ D \frac{\partial c}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial x} (VC) + V \frac{\partial c}{\partial z} = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ D \frac{\partial c}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ D \frac{\partial c}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial x} (VC) - \frac{\partial}{\partial y} (VC) + V \frac{\partial c}{\partial z} = m \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1.14)$$

де  $D$  – коефіцієнт гідродисперсії, комплексний узагальнений параметр, який кількісно характеризує всі фактори розсіювання речовини в підземних водах, крім конвекції, м<sup>2</sup>/добу;  $V$  – швидкість вертикального вологопереносу, м/добу;  $c$  – мінералізація підземних вод, г/дм<sup>3</sup>, або засоленість порід, %;  $m$  – активна пористість у зоні повного водонасичення або об'ємна вологість у зоні аерації,

ч. о.;  $\beta$  – коефіцієнт розчинення солей твердої фази, доби<sup>-1</sup>;  $\gamma$  – коефіцієнт масообміну, доби<sup>-1</sup>;  $C_n$  – концентрація граничного насичення, г/дм<sup>3</sup>;  $C$  – концентрація граничного поглинання, г/дм<sup>3</sup>;  $V'$  – швидкість перетікання в інші водоносні горизонти, м/добу;  $x, y, z$  – просторові координати, м;  $t$  – часова координата, доби.

Рівняння (1.8) – (1.14) описують міграцію речовини в підземних водах, зокрема рівняння (1.8) – міграцію в усталеному режимі, а інші – у неусталеному. Рівняння (1.10), (1.11) враховують розчинення порід і масообмін, рівняння (1.12) – (1.14) доцільно застосовувати в умовах анізотропії. На основі рівнянь руху і збереження маси речовини розроблено методи захисту підземних вод від техногенного забруднення.

## 5

### Контрольні запитання й завдання

1. Напишіть двовимірні рівняння типу (1.2) – (1.7).
2. Напишіть двовимірні рівняння масопереносу за видами (1.8) – (1.12).
3. Запишіть рівняння (1.1) для безнапірного потоку на горизонтальному водотриві в усталеному режимі фільтрації.
4. Запишіть рівняння (1.2) для умов змінної потужності водоносного горизонту на горизонтальному водотриві.
5. Визначте вигляд рівняння (1.2) для умов змінної потужності водоносного горизонту на похилому водотриві.
6. Який вигляд матиме рівняння (1.5) для випадку постійної водопровідності?
7. Запишіть рівняння (1.6) для умов змінної потужності водоносного горизонту і постійного коефіцієнта фільтрації.
8. Запишіть рівняння (1.8) – (1.9) для висхідного потоку вертикального солепереносу.
9. Напишіть рівняння (1.10) – (1.14) для умов змінної об'ємної вологості.
10. Який вигляд матиме рівняння (1.13) для умов відсутності гідравлічного зв'язку між водоносними горизонтами?

## 2. Скінченно-різницева форма рівнянь, які описують гідрогеологічні процеси

Для розв'язання гідрогеологічних задач застосовують два основні методи: аналітичний і числовий. Аналітичні розв'язки одержують шляхом інтегрування рівнянь, які описують досліджуваний процес. Такі розв'язки отримують для найбільш простих гідрогеологічних умов, складні задачі розв'язують числовими методами. Для застосування числового методу диференціальне рівняння записують у скінченно-різницевої формі, виходячи з визначення першої та другої похідних. У результаті скінченно-різницевої апроксимації диференціальні рівняння другого порядку перетворюють на алгебричні рівняння першого порядку.

### Фільтрація

Диференціальні рівняння, що описують процеси фільтрації, мають такий вигляд:

$$\frac{H_{i-1} - 2H_i + H_{i+1}}{(\Delta x)^2} = 0, \quad \frac{H_{i-1,j} - 2H_{i,j} + H_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{H_{i,j-1} - 2H_{i,j} + H_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{H_{i-1} - 2H_i + H_{i+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{W}{T} = 0, \quad T \frac{H_{i-1} - 2H_i + H_{i+1}}{(\Delta x)^2} + W = 0;$$

$$\frac{h_{i-1} - 2h_i + h_{i+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{W}{T} = 0, \quad T \frac{h_{i-1} - 2h_i + h_{i+1}}{(\Delta x)^2} + W = 0; \quad (2.2)$$

$$\frac{H_{i-1}^\tau - 2H_i^\tau + H_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{a^*} \frac{H_i^{\tau+1} - H_i^\tau}{\Delta t}, \quad \frac{h_{i-1}^\tau - 2h_i^\tau + h_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} = \frac{1}{a} \frac{h_i^{\tau+1} - h_i^\tau}{\Delta t}, \quad (2.3)$$

$$T \frac{H_{i-1}^\tau - 2H_i^\tau + H_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} = \mu^* \frac{H_i^{\tau+1} - H_i^\tau}{\Delta t}, \quad T \frac{h_{i-1}^\tau - 2h_i^\tau + h_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} = \mu \frac{h_i^{\tau+1} - h_i^\tau}{\Delta t};$$

$$\frac{T_{i-1} + T_i}{2} \frac{H_{i-1}^\tau - H_i^\tau}{(\Delta x)^2} - \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \frac{H_i^\tau - H_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} + W = \mu^* \frac{H_i^{\tau+1} - H_i^\tau}{\Delta t}, \quad (2.4)$$

де  $H_{i-1}^\tau$ ,  $H_i^\tau$ ,  $H_{i+1}^\tau$  – гідродинамічні напори в розрахункових точках на попередній момент часу (відомі величини), м;  $\Delta x$  – відстань між розрахунковими точками, м;  $\Delta t$  – крок за часовою координатою, доби.

Аналогічно записують інші рівняння.

Скінченно-різницеві схеми поділяють на явні та неявні. Схеми (2.1) – (2.4) є явні. Явною називають схему, у якій невідому величину  $H_i^{\tau+1}$  розраховують явно через відомі величини  $H_{i-1}^\tau$ ,  $H_i^\tau$ ,  $H_{i+1}^\tau$ .

Рівняння (2.4) у неявній формі має вигляд

$$\frac{T_{i-1} + T_i}{2} \frac{H_{i-1}^{\tau+1} - H_i^{\tau+1}}{(\Delta x)^2} - \frac{T_i + T_{i+1}}{2} \frac{H_i^{\tau+1} - H_{i+1}^{\tau+1}}{(\Delta x)^2} + W = \mu^* \frac{H_i^{\tau+1} - H_i^\tau}{\Delta t}, \quad (2.5)$$

де  $H_{i-1}^{\tau+1}$ ,  $H_i^{\tau+1}$ ,  $H_{i+1}^{\tau+1}$  – гідродинамічні напори на момент часу, для якого здійснюють розрахунок (невідомі величини), м.

Невідомі величини  $H_{i-1}^{\tau+1}$ ,  $H_i^{\tau+1}$ ,  $H_{i+1}^{\tau+1}$  у рівнянні (2.5) не можуть бути визначені явно через відомі  $H_{i-1}^\tau$ ,  $H_i^\tau$ ,  $H_{i+1}^\tau$ . Для розв'язання таких задач треба доповнити вираз (2.5) рівняннями за кількістю невідомих величин і вже потім розв'язувати систему.

### Масоперенос

У рівняннях масопереносу присутні перша й друга похідні, принцип побудови скінченно-різницевої схеми такий самий, як і для фільтрації:

$$D \frac{C_{i-1} - 2C_i + C_{i+1}}{(\Delta x)^2} - V \frac{C_{i-1} - C_i}{\Delta x} = 0. \quad (2.6)$$

Рівняння (2.6) – скінченно-різницевий аналог рівняння (1.8):



$$D \frac{C_{i-1}^\tau - 2C_i^\tau + C_{i+1}^\tau}{(\Delta x)^2} - V \frac{C_{i-1}^\tau - C_i^\tau}{\Delta x} = m \frac{C_i^{\tau+1} - C_i^\tau}{\Delta t}, \quad (2.7)$$

$$D \frac{C_{i-1}^{\tau+1} - 2C_i^{\tau+1} + C_{i+1}^{\tau+1}}{(\Delta x)^2} - V \frac{C_{i-1}^{\tau+1} - C_i^{\tau+1}}{\Delta x} = m \frac{C_i^{\tau+1} - C_i^\tau}{\Delta t}. \quad (2.8)$$

Рівняння (2.7) і (2.8) є скінченно-різницевиими аналогами рівнянь (1.8) і (1.9).

7

Гідрогеологічні задачі за явними схемами розв'язують простіше, ніж за неявними, але вони нагромаджують помилку в часі, якщо не виконується критерій стійкості. Неявні схеми такого недоліку не мають.

Формули для визначення критеріїв стійкості різні. Їх вид залежить від вибраної розрахункової гідродинамічної схеми, рівняння, за яким описують досліджуваний гідрогеологічний процес, і методу розв'язання поставленої задачі.

*Приклад.* Під час прогнозування рівня ґрунтових вод на території, прилеглої до водосховища, застосовують розрахункову схему «напівобмежений шар». Задачу розв'язують методом перетинів. У цьому випадку формула для визначення критерію стійкості має такий вигляд:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{Kh_{\text{ср}} \Delta t}{\mu}}, \quad (2.9)$$

де  $h_{\text{ср}}$  – середня потужність водонасиченої частини безнапірного водоносного горизонту, м;  $K$  – коефіцієнт фільтрації, м/добу.

Якщо досліджуваний гідрогеологічний процес описують рівнянням (1.9), критерій стійкості розраховують за такими формулами:

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2D}, \quad \Delta x \leq \frac{2D}{V}, \quad (2.10)$$

якщо виконується рівність (1.12), то

$$\Delta t \leq \frac{\Delta V}{2D_{\text{max}}}, \quad \Delta x \leq \frac{2D_{\text{min}}}{V_{\text{max}}}. \quad (2.11)$$

Спільна риса всіх формул для розрахунку критеріїв стійкості – наявність величин  $\Delta x$  і  $\Delta t$ .

### Контрольні запитання й завдання

1. Напишіть у скінченно-різницевій формі рівняння з розд. 1 за явною та неявною схемами.
2. Які величини називають першою й другою похідними, розглядаючи задачі фільтрації?
3. Що являють собою перша та друга похідні в задачах міграції?
4. Чому розв'язання задачі в скінченних різницях вважають наближеним?
5. Дайте визначення стійкості скінченно-різницевої схеми.
6. Охарактеризуйте відмінності явних і неявних скінченно-різницевих схем.

### 3. Елементи фільтраційного потоку

Гірські породи, у яких відбувається рух підземних вод, називають *фільтраційним середовищем*. Процес руху підземних вод у пористих та тріщинуватих породах має назву *фільтрації*.

Основними гідродинамічними елементами фільтраційного потоку є його потужність, ширина, величина напору, гідравлічний уклон, швидкість фільтрації, витрата потоку, лінії струму та лінії рівних напорів. Потужність потоку визначена потужністю водонасичених порід у межах горизонту або комплексу, який вивча-

8

ють. Для потоків ґрунтових вод літерою  $h$  позначають відстань від вільної поверхні дзеркала води до підстеляючого водотриву (рис. 3.1, а). Для потоків напірних вод  $m$  – це потужність водоносного пласта між його верхньою та нижньою межами (рис. 3.1, б).

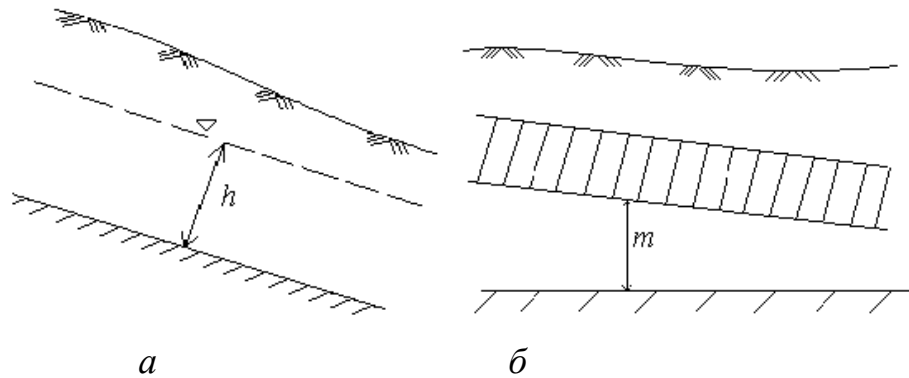


Рис. 3.1. Схеми потужності водоносних пластів

*Напір потоку* – це висота поверхні підземних вод відносно площини порівняння:

$$H = h_p + Z; \quad h_p = \frac{P}{\gamma}; \quad H = \frac{P}{\gamma} + Z, \quad (3.1)$$

де  $h_p$  – висота, на яку підіймається вода над певною точкою потоку під впливом гідродинамічного тиску  $P$ , м;  $\gamma$  – щільність води, г/см<sup>3</sup>;  $Z$  – висота певної точки над площиною порівняння, м (рис. 3.2).

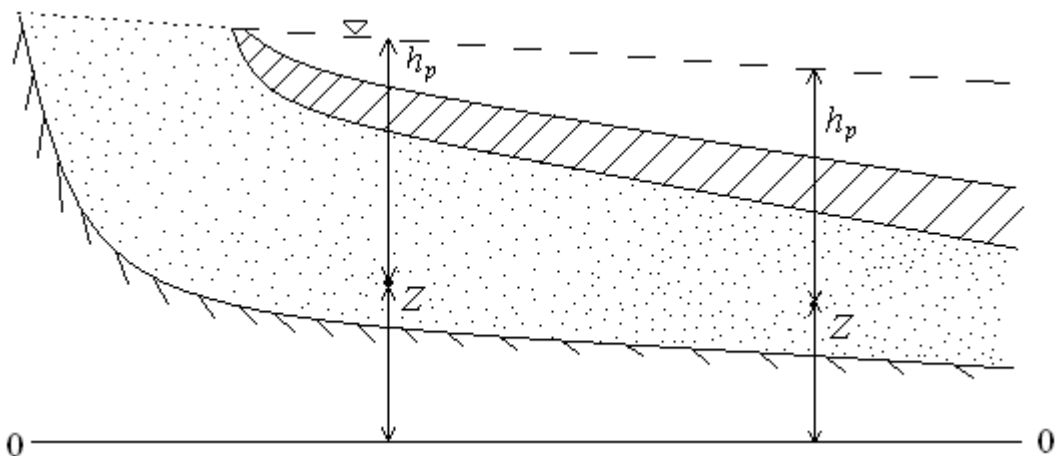


Рис. 3.2. Схема визначення гідродинамічного напору

Через затрати енергії потоку на подолання опору фільтраційного середовища в напрямку руху потоку створюється спад напору. Його характеризують величиною напірного градієнта, або гідравлічного уклону, який

визначають за відношенням різниці напорів між двома точками  $\Delta H$  до відстані між ними:

$$I_{\text{сер}} = \frac{H_1 - H_2}{L} = \frac{\Delta H}{L}, \quad (3.2)$$

де  $L$  – проекція шляху фільтрації на горизонтальну площину, м.

9

*Витрата*  $Q$  – це кількість води, яка протікає за одиницю часу крізь переріз  $F = hB$ , перпендикулярний руху потоку:

$$Q = VF = kI_{\text{сер}}hB, \quad (3.3)$$

де  $k$  – коефіцієнт фільтрації на досліджуваній ділянці, м/добу;  $F$  – поперечний переріз;  $V$  – швидкість фільтрації, м/добу;  $B$  – ширина потоку (середня відстань між лініями струму), м.

*Одинична витрата*  $q$  – це витрата потоку на 1 м його ширини:

$$q = \frac{Q}{B}. \quad (3.4)$$

*Швидкість фільтрації*  $V$  характеризує витрату потоку на одиницю площі його поперечного перерізу:

$$V = \frac{Q}{F} = \frac{kIhB}{hB} = kI. \quad (3.5)$$

Напрямок руху потоку характеризують лінії струму, які збігаються з траєкторіями руху частинок рідини фільтраційного потоку. Їх будують перпендикулярно до ліній рівних напорів. Сукупність взаємоортогональних ліній струму і ліній рівних напорів являє собою гідродинамічну сітку (рис. 3.3.)

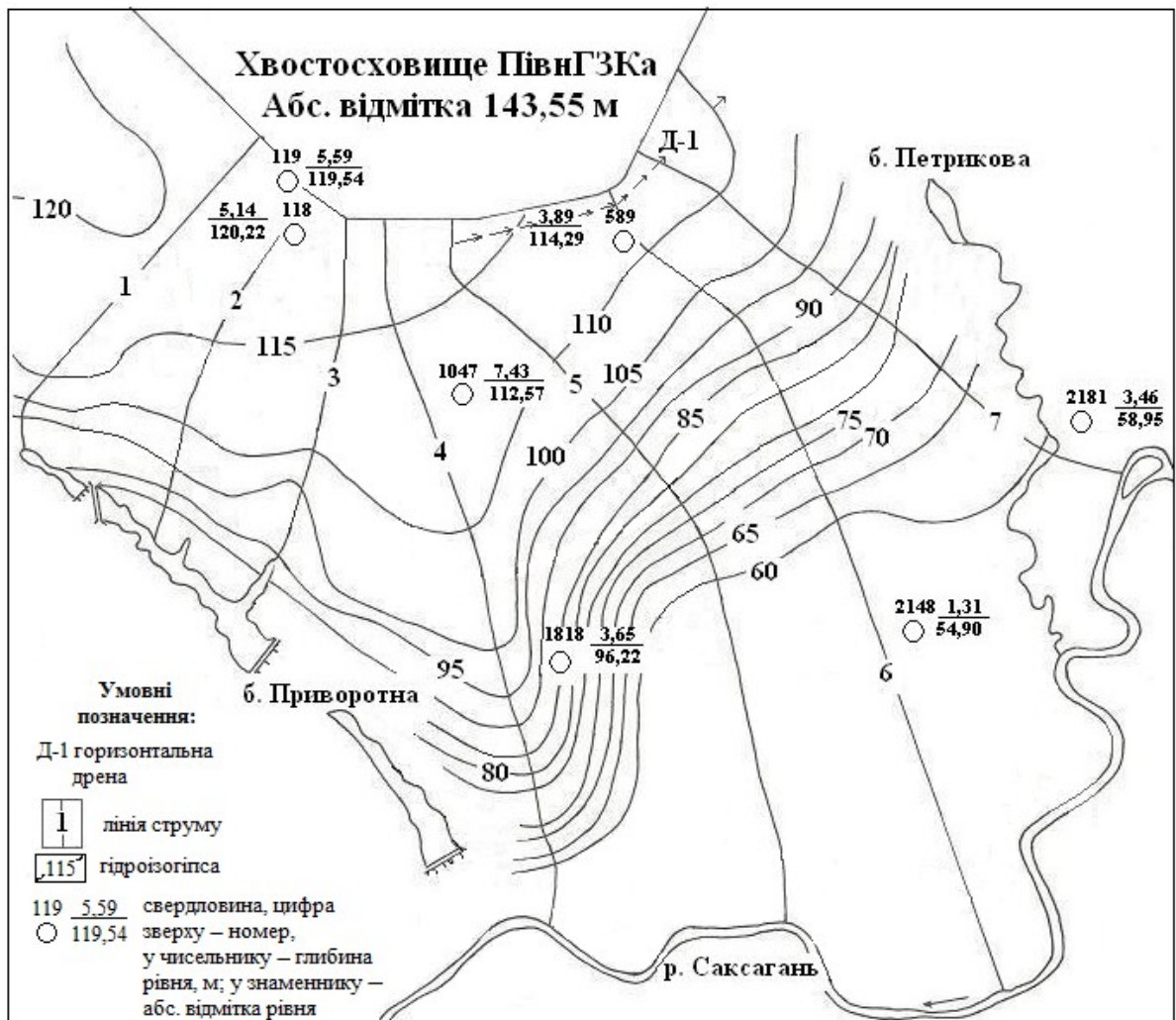


Рис. 3.3. Гідродинамічна сітка південної частини Криворізького Північного гірничо-збагачувального комбінату

10

Гідродинамічна сітка – це графічне відображення структури фільтраційного потоку. Частину області фільтрації, розташовану між двома сусідніми лініями струму, називають *стрічкою струму*. Частину області фільтрації, розташовану між двома сусідніми лініями струму та двома сусідніми лініями рівних напорів, називають елементом гідродинамічної сітки або елементом потоку.

Під час побудови гідродинамічної сітки необхідно враховувати таке:

- лінії струму й лінії рівних напорів мають бути плавні, взаємно перпендикулярні;
- у межах кожної стрічки струму необхідно дотримуватися в її межах постійності витрат у всіх виділених елементах потоку:

$$q = k \frac{\Delta H}{l} b. \tag{3.6}$$

За мірного кроку еквіпотенціалів  $\Delta H = \text{const}$  умова конформності комірок струму має вигляд  $k \frac{b}{l} = \text{const}$  (рис. 3.4). На рис. 3.4 цифрою 1 позначено лінії напорів, цифрою 2 – лінії струму.

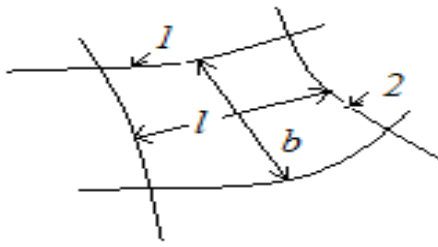


Рис. 3.4. Елемент гідродинамічної сітки (комірка струму)

### Контрольні запитання й завдання

1. Дайте визначення основних елементів фільтраційного потоку.
2. За якими формулами визначають гідродинамічний напір?
3. Напишіть формулу для визначення витрати потоку.
4. Назвіть основні правила побудови гідродинамічної сітки.
5. Для розв'язання яких гідрогеологічних задач застосовують гідродинамічну сітку?

### 4. Побудова депресійної кривої

Депресійна крива – це вертикальний переріз поверхні підземних вод. Її можна побудувати за даними режимних спостережень таким чином. Від площини зіставлення у вибраному масштабі відкладають абсолютні значення напорів і з'єднують точки депресійної кривої лінією. За відсутності режимних спостережень депресійну криву розраховують за формулами. Як приклад на рис. 4.1 наведено схему побудови депресійної кривої на межиріччі за відсутності інфільтраційного живлення.

11

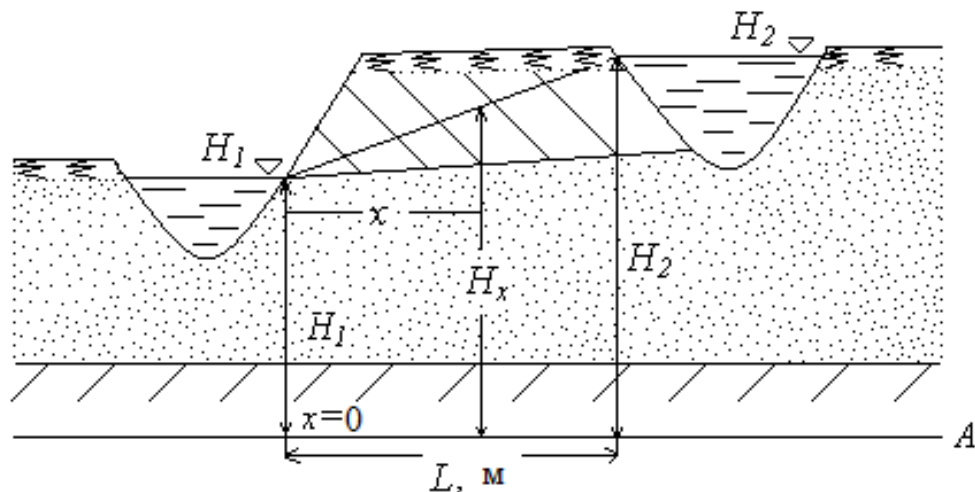


Рис. 4.1. Графічне зображення фільтраційного потоку в усталеному режимі

Розрахунок виконують за формулою

$$H_x = \frac{H_2 - H_1}{L} x + H_1, \quad (4.1)$$

де  $H_1$  і  $H_2$  – гідродинамічні напори на річках (відомі величини), м;  $H_x$  – гідродинамічний напір усередині області фільтрації (невідомі величини), м;  $x$  – відстань від річки з напором  $H_1$  до розрахункової точки;  $L$  – відстань між річками, м.

Для побудови депресійної кривої за наявності інфільтраційного живлення застосовують таку формулу:

$$H_x = -\frac{W}{2T}x^2 + \left[ \frac{H_2 - H_1}{L} + \frac{WL}{2T} \right]x + H_1, \quad (4.2)$$

де  $W$  – інфільтраційне живлення, м/добу;  $T$  – водопровідність, м<sup>2</sup>/добу.

Для побудови депресійної кривої в неусталеному режимі застосовують метод суперпозиції. Площину порівняння вибирають відносною за мінімальною відміткою поверхні водоносного горизонту, тоді

$$\Delta H_x = \Delta H^0 \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{at}}, \quad (4.3)$$

де  $\Delta H_x$  – приріст гідродинамічного напору, м;  $\Delta H^0$  – зміна гідродинамічного напору на межі об'єкта, який порушує водний режим, м;  $a$  – рівнепровідність, м<sup>2</sup>/добу;  $\operatorname{erfc}$  – табульована функція.

До цієї теми запропоновано завдання (табл. 4.1). Гідродинамічні напори слід розраховувати через 50 м. За результатами розрахунків необхідно побудувати депресійну криву.

Таблиця 4.1. Початкові дані щодо параметрів депресійної кривої

Номер завдання	Гідродинамічний напір першої річки $H_1$ , м	Гідродинамічний напір другої річки $H_2$ , м	Відстань між урізами води в річках $L$ , м	Величина інфільтраційного живлення $W$ , м/добу	Водопровідність $T$ , м <sup>2</sup> /добу	Строк розрахунку депресійної кривої в неусталеному режимі $t$ , роки
1	21,1	36,1	550	$2 \cdot 10^{-4}$	130	10
2	26,3	47,4	605	$4,8 \cdot 10^{-4}$	120	5
3	11,5	26,2	707	$3,5 \cdot 10^{-3}$	90	6
4	12,4	41,8	704	$5,9 \cdot 10^{-4}$	112	7
5	18,9	39,3	646	$1,8 \cdot 10^{-4}$	117	8
6	14,7	42,5	728	$9,3 \cdot 10^{-5}$	90	9
7	22,3	47,1	805	$9,9 \cdot 10^{-5}$	142	11
8	8,4	19,2	706	$1,3 \cdot 10^{-4}$	174	12
9	8,05	17,3	604	$1,2 \cdot 10^{-3}$	123	13
10	19,2	48,7	800	$1,9 \cdot 10^{-3}$	106	14
11	18,5	50,3	845	$0,2 \cdot 10^{-2}$	115	15
12	19,9	50,7	639	$1,8 \cdot 10^{-2}$	132	16
13	22,6	49,3	752	$1,07 \cdot 10^{-2}$	95	17

14	20,5	57,2	807	$1,15 \cdot 10^{-2}$	104	18
15	11,8	34,5	619	$3,9 \cdot 10^{-3}$	124	19
16	15,2	39,3	715	$4,1 \cdot 10^{-4}$	152	20
17	9,8	24,5	809	$9,2 \cdot 10^{-4}$	102	21
18	14,4	35,9	741	$8,5 \cdot 10^{-4}$	98	22
19	12,9	40,7	658	$4,2 \cdot 10^{-3}$	141	23
20	14,9	41,8	759	$4,0 \cdot 10^{-2}$	178	24
21	15,2	34,9	856	$1,8 \cdot 10^{-2}$	102	25
22	9,3	17,2	934	$1,7 \cdot 10^{-4}$	200	26
23	17,4	31,5	750	$2,1 \cdot 10^{-4}$	132	27
24	23,5	41,4	800	$4,3 \cdot 10^{-4}$	105	28
25	10,4	30,1	910	$4,8 \cdot 10^{-4}$	86	29
26	17,1	28,9	915	$5,3 \cdot 10^{-4}$	130	30

### Контрольні запитання й завдання

1. Охарактеризуйте відмінності гідроізогіпси та кривої депресії.
2. Який вигляд має крива депресії в усталеному режимі за наявності інфільтраційного живлення і за його відсутності?
3. Чи може інфільтраційне живлення бути від'ємне?
4. Яким чином водопровідність впливає на конфігурацію кривої депресії?
5. Які фактори впливають на зміну кривої депресії в часі?

## 5. Гідрогеологічний моніторинг

Гідрогеологічний моніторинг – це складна, багатоступенева, просторово-часова, природно-технічна система контролю та керування режимом підземних вод із зворотним зв'язком між контролем і керуванням. Він має нижчеперераховані **складові частини**.

1. Режимна спостережна мережа свердловин.
2. Комплекс гідрогеологічних розрахунків на основі постійної математичної моделі зміни гідрогеологічних умов регіону, застосований для наукового обґрунтування природоохоронних заходів гідрогеологічного напрямку. До його складу входять:
  - а) гідрогеологічний епігноз – характеристика гідрогеологічного процесу в минулому, тобто за умови, що режимні спостереження процесу вже було здійснено раніше. Він необхідний, щоб підтвердити правильність або поставити під сумнів, а згодом уточнити інформацію, що буде використана як вихідні дані для прогнозування розвитку в часі та просторі техногенно порушеної гідрогеологічної ситуації;
  - б) розв'язання прогнозних задач на регіональному та локальному рівнях з уточненими в процесі епігнозу параметрами.
3. Розробка комплексу природоохоронних заходів на основі аналізу результатів прогнозування.

4. Ужиття розроблених заходів.

5. Здійснення режимних спостережень для оцінки ефективності та достатності вжитих заходів.

6. Корегування заходів, прогнозування в новій гідрогеологічній ситуації (після вжиття захисних заходів), проведення подальших режимних спостережень і їх аналіз. При цьому необхідне повернення до першого пункту в нових гідрогеологічних умовах. Структура режимної спостережної мережі повинна забезпечувати контроль зміни режиму підземних вод і надійне визначення гідрогеологічних параметрів. Постійна математична модель гідрогеологічних умов дослідного регіону так само, як і режимна спостережна мережа, є важливою й обов'язковою частиною сучасного гідрогеологічного моніторингу. Це регіональна, багатофункціональна гідрогеологічна задача, обмежена в просторі й безмежна в часі. Вона складається з двох частин – фільтраційної та міграційної.

### **Обґрунтування структури режимної спостережної мережі**

Режимна спостережна мережа спочатку була практично єдиним складником моніторингу. Нині вона є його першою та головною частиною. Принципи її розміщення та функціонування в гірничодобувних регіонах і на інших об'єктах антропогенного забруднення викладено в працях В.А. Мироненка, В.М. Шестакова. Рекомендації щодо розміщення спостережної мережі мають описовий характер.

14

Розглянемо структуру режимної спостережної мережі з позиції найефективнішого застосування результатів спостережень для достовірної оцінки геофільтраційних параметрів, покладених в основу прогнозного розрахунку. Поодинокі режимні свердловина характеризує природний або порушений гідрогеологічний процес тільки в одній точці ділянки дослідження. При цьому поодинокі спостереження в часі не є інформативні. Із двох спостережень у часі одне може бути помилкове або випадкове. Тому як мінімально достатні можна взяти три спостереження в часі. За двома спостереженнями в просторі можна побудувати тільки пряму лінію. Депресійна крива у вигляді прямої лінії – неможливий варіант природного гідрогеологічного процесу.

Диференціальні рівняння другого порядку в частинних похідних еліптичного (Лапласа, Пуассона) та параболічного (Фур'є та ін.) типів описують геофільтраційні та міграційні процеси, що відбуваються в природних та порушених умовах. Вони визначають вид депресійної кривої. Для характеристики розвитку гідрогеологічного процесу в просторі за такого математичного опису кількість спостережних свердловин у межах кожного виділеного елемента ландшафту за потоком та вхрест нього також повинна бути не менша трьох.

Кожне режимне спостереження – це характеристика гідрогеологічного процесу станом на поточний час. Порівняльний аналіз у комплексі з попереднім спостереженням дозволяє характеризувати розвиток процесу в майбутньому.



Якщо режимну спостережну мережу застосовують для визначення геофільтраційних та міграційних параметрів, то кількість спостережних свердловин в одному елементі мережі за одним напрямком також повинна бути не менша трьох. Наприклад, необхідно визначити коефіцієнт гідродисперсії  $D$  в найбільш простих умовах міграції: однорідний пласт, усталений режим. Рівняння масопереносу для однієї лінії струму в цих умовах має такий вигляд:

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} = 0, \quad (5.1)$$

де  $D$  – коефіцієнт гідродисперсії, м<sup>2</sup>/добу;  $C$  – мінералізація підземних вод, г/дм<sup>3</sup>;  $V$  – швидкість фільтрації, м/добу;  $x$  – просторова координата, м.

Аналітичний розв'язок цього рівняння відносно параметра  $D$ , отриманий М.М. Веригінін, матиме вигляд

$$D = \frac{V \Delta x}{\ln(\bar{C} - 1)}, \quad \bar{C} = \frac{C_1 - C_3}{C_1 - C_2}, \quad (5.2)$$

де  $C_1, C_2, C_3$  – мінералізація підземних вод у трьох точках підземного потоку, розташованих на відстані  $\Delta x$  одна від одної, м.

Якщо для визначення геофільтраційних та міграційних параметрів застосовують скінченно-різницеve подання диференціального рівняння, то мінімальна кількість спостережних свердловин за кожним елементом досліджуваного профілю також повинна бути не менша трьох.

15

*Приклад.* Одновимірне рівняння масопереносу в неусталеному режимі з постійними коефіцієнтами матиме вигляд

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - V \frac{\partial C}{\partial x} = m \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (5.3)$$

де  $m$  – активна або ефективна пористість, ч. о.;  $t$  – часова координата, м.

Для розв'язання рівняння відносно параметра  $D$  слід записати його у вигляді формул (2.7) і (2.8) для трьох розрахункових точок.

*Приклад.* Для визначення інфільтраційного живлення у фільтраційно-однорідному безнапірному водоносному шарі на горизонтальному водотриві (площину порівняння вибрано за водотривом) необхідно розв'язати параболічне рівняння

$$T \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + W = \mu \frac{\partial h}{\partial t} \quad (5.4)$$

відносно параметра  $W$  у скінченно-різницеvому поданні:

$$W = \mu \frac{h_2^{\tau+1} - h_2^\tau}{\Delta t} - T \frac{(h_3^\tau - 2h_2^\tau + h_1^\tau)}{\Delta x^2} \quad (5.5)$$

або

$$W = \mu \frac{h_2^{\tau+1} - h_2^\tau}{\Delta t} - T \left[ \frac{h_3^\tau - h_2^\tau}{\Delta x^2} - \frac{h_2^\tau - h_1^\tau}{\Delta x_1} \right] \cdot \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2}, \quad (5.6)$$

де  $T$  – водопровідність, м/добу;  $h, h_1^\tau, h_2^{\tau+1}, h_3^\tau$  – потужність водонасиченої частини шару, а саме загальна потужність і потужність у свердловинах 1, 2, 3 на момент часу  $\tau, \tau+1$ , м;  $W$  – інфільтраційне живлення, м/добу;  $\Delta x, \Delta x_1, \Delta x_2$  – відстань між точками спостережень, м;  $\Delta t$  – інтервал спостережень у часі, доби.

### Інверсна гідрогеологічна задача

У процесі розв’язання інверсної гідрогеологічної задачі кількісно оцінюють гідрогеологічні параметри (коефіцієнти диференціальних і скінченно-різницевих рівнянь). Перший етап гідрогеологічних розрахунків – визначення фільтраційних і міграційних параметрів за даними режимних спостережень. Швидкість фільтрації розраховують за формулою Дарсі:

$$V = \frac{H_1 - H_2}{L} K, \quad (5.7)$$

де  $V$  – швидкість фільтрації, м/добу;  $H_1, H_2$  – гідродинамічні напори у свердловинах 1, 2, м;  $L$  – відстань між свердловинами, м;  $K$  – коефіцієнт фільтрації, м/добу.

Приклад розрахунку задачі наведено в табл. 5.1. Об’єкт досліджень – Західний Донбас. Створ спостережних свердловин розташовано за струмовою лінією між ставком-накопичувачем Свідовок і річкою Самарою. Коефіцієнт

16

гідродисперсії обчислюють за даними хімічного аналізу води зі свердловин за формулою Веригіна:

$$D = \frac{VL}{\ln(\bar{C} - 1)}, \quad \bar{C} = \frac{C_1 - C_3}{C_2 - C_3} \quad (5.8)$$

де  $C_1, C_2, C_3$  – ступінь мінералізації води у свердловинах 1, 2, 3.

Приклад розрахунку коефіцієнта гідродисперсії для цього самого створу наведено в табл. 5.2.

Таблиця 5.1. Результати розрахунку швидкості фільтрації

Номер свердловини	Відстань між свердловинами, м	Гідродинамічний напір, м		Швидкість фільтрації, м/добу			Приріст рівня води (1983 – 1995), м
		23 січня 1983 р.	30 грудня 1995 р.	1983 р.	1995 р.	1983 – 1995 рр.	
22313	300	91,0	93,2	$6,67 \cdot 10^{-3}$	$11,2 \cdot 10^{-3}$	$8,93 \cdot 10^{-3}$	2,2
22315	300	90,5	92,31	$19,6 \cdot 10^{-3}$	$17,3 \cdot 10^{-3}$	$18,4 \cdot 10^{-3}$	1,81
22316	700	89,03	91,0	$16,2 \cdot 10^{-3}$	$21,2 \cdot 10^{-3}$	$18,7 \cdot 10^{-3}$	1,97
22466	875	86,2	87,3	$28,0 \cdot 10^{-3}$	$31,3 \cdot 10^{-3}$	$29,6 \cdot 10^{-3}$	1,1
123 пр	2800	80,1	80,45	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$6,8 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-3}$	0,35
57 пр	2300	75,5	75,7	$14,3 \cdot 10^{-3}$	$14,3 \cdot 10^{-3}$	$14,3 \cdot 10^{-3}$	0,2

60 пр	1500	67,3	67,5	$10,9 \cdot 10^{-3}$	$11,3 \cdot 10^{-3}$	$11,1 \cdot 10^{-3}$	0,2
р.Самара	–	63,2	63,3	–	–	–	–
22313	8775	91,0	93,2	$12,7 \cdot 10^{-3}$	$13,6 \cdot 10^{-3}$	$13,15 \cdot 10^{-3}$	2,2
(р.Самара)		(63,3)	(63,3)				0,0

Таблиця 5.2. Результати розрахунку коефіцієнта гідродисперсії

Номер свердловини	Відстань між свердловинами, м	Мінералізація води за роками $C$ , г/дм <sup>3</sup>					Коефіцієнт гідродисперсії $D$ , м <sup>2</sup> /добу	
		1993	1994	1995	1996	1997	Рік	Величина
22313	300	2,4	2,5	3,0	3,2	3,5	1993	2,26
22315	300	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1994	2,25
22316	700	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1995	2,17
22466	875	–	–	–	–	1,0	1996	2,12
123 пр	–	–	–	–	–	0,6	1997	2,04

### Епігноз

Другий етап гідрогеологічних розрахунків – епігноз, характеристика гідрогеологічного процесу в минулому. Його виконують для вибору найбільш достовірних параметрів.

Результати епігнозних розрахунків наведено в табл. 5.3. Їх потрібно зіставити з результатами режимних спостережень 2003 і 2008 рр., щоб визначити, яке значення параметра  $D$  є більш достовірне.

17

Таблиця 5.3. Результати розрахунку мінералізації підземних вод на ділянці Свідовок

Відстань від ставка до річки, м	Мінералізація води $C$ , г/дм <sup>3</sup>							
	2003 р.				2008 р.			
	$D=2,04$ м <sup>2</sup> /добу		$D=2,26$ м <sup>2</sup> /добу		$D=2,04$ м <sup>2</sup> /добу		$D=2,26$ м <sup>2</sup> /добу	
	$n=0,2$	$n=0,32$	$n=0,2$	$n=0,32$	$n=0,2$	$n=0,32$	$n=0,32$	$n=0,32$
100	4,558	4,392	4,546	4,387	4,643	4,553	4,638	4,540
200	4,320	3,930	4,312	3,935	4,551	4,321	4,540	4,312
300	3,999	3,348	3,996	3,375	4,414	3,999	4,399	3,990
400	3,599	2,711	3,606	2,764	4,227	3,597	4,212	3,608
500	3,138	2,099	3,165	2,172	3,988	3,137	3,977	3,168
600	2,658	1,579	2,701	1,659	3,699	2,653	3,697	2,704
700	2,182	1,185	2,248	1,259	3,369	2,182	3,380	2,248
800	1,758	0,918	1,833	0,977	3,012	1,758	3,038	1,838
900	1,408	0,758	1,479	0,798	2,642	1,403	2,685	1,470
1000	1,128	0,671	1,196	0,698	2,279	1,127	2,335	1,190
1100	0,920	0,629	0,984	0,642	1,937	0,926	2,004	0,984
1200	0,799	0,611	0,834	0,617	1,631	0,790	1,703	0,838
1300	0,709	0,604	0,736	0,606	1,368	0,704	1,441	0,738
1400	0,658	0,601	0,674	0,602	1,153	0,654	1,221	0,674

1500	0,626	0,600	0,638	0,601	0,984	0,626	1,044	0,638
1600	0,618	0,600	0,619	0,600	0,857	0,612	0,908	0,618

Другий приклад розв'язання епігнозної задачі наведено за даними режимних спостережень за свердловинами 1887, 38 і 37 Криворізького Північного гірничо-збагачувального комбінату. Рівні підземних вод на початковий період часу  $\tau$  (листопад 2005 р.) склали 119,22, 114,87 і 106,31 м відповідно, а рівень свердловини 38 на період часу  $\tau+1$  (квітень 2006 р.) дорівнював 115,77 м:

$$W = T \left[ \frac{1}{a} \frac{H_2^{\tau+1} - H_2^{\tau}}{\Delta t} - \left[ \frac{H_1^{\tau} - H_2^{\tau}}{\Delta x_1} - \frac{H_2^{\tau} - H_3^{\tau}}{\Delta x_1} \right] \div \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{2} \right],$$

$$W = 5,25 \left[ \frac{1}{52,5} \frac{115,77 - 114,87}{210} - \left[ \frac{119,22 - 114,87}{775} - \frac{114,87 - 106,31}{500} \right] \div \frac{775 + 500}{2} \right] = -0,000523 \text{ м/добу}$$

Від'ємна величина інфільтраційного живлення вказує на відсутність опадів і впливу хвостосховища за період  $\Delta t$  (210 діб). Середньорічна величина атмосферних опадів складає 0,00037 м/добу, що майже дорівнює розрахунковій величині інфільтраційного живлення, тобто можна припустити, що всі атмосферні опади випаровуються з поверхні ґрунтових вод. За М.М. Коппелем, середня максимальна випаровуваність за той самий період складає 0,0029 м/добу, що майже вдвічі більше за отриману величину інфільтраційного живлення.

### Класичні схеми міграції речовини в підземних водах

Один з етапів гідрогеологічних розрахунків – вибір розрахункової міграційної схеми шляхом зіставлення розрахунків із режимними спостереженнями (рис. 5.1). На рис. 5.1 використано такі позначення: 1 – режимні спостереження; 2 – поршневе витіснення; 3 – схема Ловер'є; 4 – макродисперсія із застосуванням фундаментального розв'язання Карслоу–Єгера.

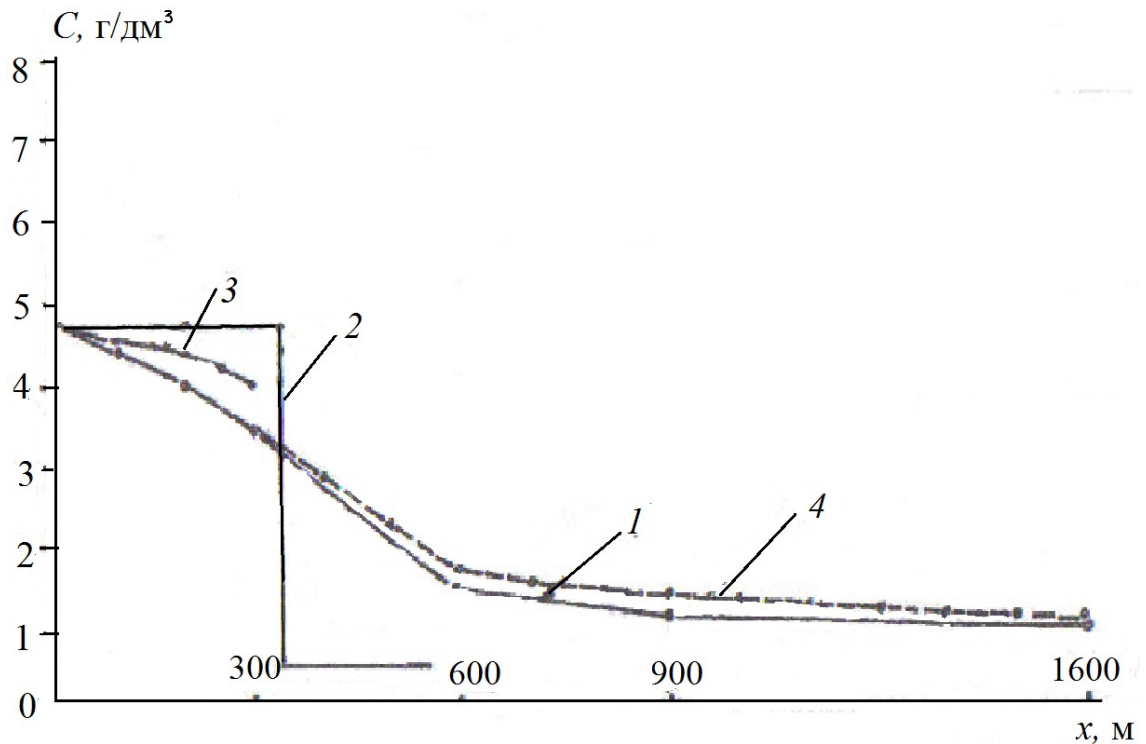


Рис. 5.1. Вибір розрахункової схеми

За схемою «поршневе витіснення» можна передбачити рух фронту забруднення зі сталою швидкістю без розсіювання й масообміну між водою та ґрунтом. Довжину зони забруднення обчислюють за формулою

$$S = \frac{Vt}{n}, \quad (5.9)$$

де  $t$  – час дії джерела забруднення, доби;  $n$  – активна пористість, ч. о.

Схема Ловер'є правдива для двошарової області масопереносу зі слабопроникним верхнім шаром. Розрахункові формули

$$\bar{C} = \operatorname{erfc} \left[ \frac{x}{2m} \sqrt{\frac{n_0 D_m}{t - t_0}} \right] \quad \left[ t_0 = \frac{nx}{V} \right], \quad (5.10)$$

$$C = \bar{C}(C^0 - C_0) + C_0$$

мають такий критерій застосування:

$$\tau^* = \frac{D_m t}{n_0 m_0^2} < 0,3, \quad (5.11)$$

де  $\bar{C}$  – зведена мінералізація, ч. о.;  $x$  – координата розрахункової точки, м;  $m$  – потужність добрепроникного шару, м;  $V$  – швидкість фільтрації добрепроникного шару, м/добу;  $t$  – часова координата строку прогнозу, доби;  $t_0$  – граничний час розрахунку, доби;  $m_0$  – потужність слабопроникного шару, м;  $n_0$  – загальна пористість слабопроникного шару, ч. о.;  $n$  – активна пористість добрепроникного шару, ч. о.;  $D_m$  – коефіцієнт молекулярної дифузії порід верхнього шару, м<sup>2</sup>/добу;  $C_0$  – початкова мінералізація у водоносному пласті, г/дм<sup>3</sup>;  $C^0$  – мінералізація води в джерелі забруднення, г/дм<sup>3</sup>.

Результати розрахунків наведено на рис. 5.1. Із режимними спостереженнями вони не узгоджуються. Схема «неупорядкована макродисперсія» характерна для неоднорідної будови області фільтрації з макровкрапленнями слабопроникних порід. Коефіцієнт гідродисперсії визначають за формулою

$$D = \delta V^2, \quad \delta = \frac{m_1(m + m_1)}{2D_m}, \quad (5.12)$$

де  $m$  – потужність водоносного горизонту, м;  $m_1$  – середня потужність вкраплень, м.

Пряму гідрогеологічну задачу розв'язують за фундаментальним розв'язанням Карслоу–Сгера, яке має вигляд

$$\bar{C} = 0,5 \left( \operatorname{erfc} \xi + e^n \operatorname{erfc} \xi' \right), \quad (5.13)$$

$$\xi = \frac{x - \frac{Vt}{n}}{2\sqrt{\frac{D}{n}t}}, \quad \xi' = \frac{x + \frac{Vt}{n}}{2\sqrt{\frac{D}{n}t}}, \quad z = \frac{Vx}{D}, \quad C = \bar{C}(C^0 - C_0) + C_0, \quad (5.14)$$

де  $\operatorname{erfc} \xi$  і  $\operatorname{erfc} \xi'$  – табульовані функції.

Результати розрахунків за цією схемою також наведено на рис. 5.1. Вони майже повністю збігаються з режимними спостереженнями, тому останню схему слід застосовувати в подальших прогнозних розрахунках.

### Пряма гідрогеологічна задача

Пряма гідрогеологічна задача може бути розв'язана за стрічками струму та методом сіток (рис. 5.2). Найбільш повно процес міграції речовини в підземних водах описує таке рівняння руху і збереження речовини:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} (V_x C) - \frac{\partial}{\partial y} (V_y C) - V_k \frac{\partial C}{\partial z} + V_{k+1} \frac{\partial C}{\partial z} = n \frac{\partial C}{\partial t}, \quad (5.15)$$

20

де  $D_x$ ,  $D_y$  – коефіцієнти гідродисперсії за напрямками  $x$ ,  $y$ , м<sup>2</sup>/добу;  $C$  – мінералізація підземних вод, г/дм<sup>3</sup>;  $V_x$ ,  $V_y$  – складники швидкості фільтрації за координатами  $x$ ,  $y$ , м/добу;  $V_k$ ,  $V_{k+1}$  – швидкості вертикального солепереносу крізь слабопроникні роздільні шари, м/добу;  $n$  – активна пористість, ч. о.;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – просторові координати, м;  $t$  – часова координата, доби.

Для розв'язання цих рівнянь застосовують локально-одновимірний метод. Розрахунок виконують шляхом прогонки. Складники швидкості фільтрації обчислюють за результатами розв'язання фільтраційної задачі на кожному

часовому кроці. Коефіцієнт гідродисперсії також на кожному часовому кроці визначають за аналітичними формулами.

Через брак початкових даних часто використовують спрощені варіанти рівняння (5.15), наприклад із постійними параметрами  $D$  і  $V$ . Для рівняння (5.15) параметри обчислюють за нижченаведеними формулами:

$$V_x = \frac{H_{i,j} - H_{i-1,j}}{\Delta x} k_i, \quad V_y = \frac{H_{i,j} - H_{i,j-1}}{\Delta y} k_j;$$

(5.16)

$$D_x = \frac{V_x \Delta x}{\ln(c-1)}, \quad c = \frac{C_{i+1,j} - C_{i-1,j}}{C_{i,j} - C_{i-1,j}}; \quad D_y = \frac{V_y \Delta y}{\ln(c-1)}, \quad c = \frac{C_{i,j+1} - C_{i,j-1}}{C_{i,j} - C_{i,j-1}};$$

(5.17)

$$V_{k+1}^{\text{II}} = \frac{H_1 - H_2}{m_{1,2}} K_m^1, \quad (5.18)$$

де  $V_x$ ,  $V_y$  – складові швидкості фільтрації, м/добу;  $D_x$ ,  $D_y$  – коефіцієнти гідродисперсії за напрямками  $x$ ,  $y$ , м<sup>2</sup>/добу;  $C$  – мінералізація потоку підземних вод, який рухається, г/дм<sup>3</sup>;  $H_1$ ,  $H_2$  – гідродинамічні напори двох водоносних горизонтів, м;  $m_1$ ,  $m_2$  – потужності слабопроникних шарів, м;  $K_m^1$  – коефіцієнт фільтрації слабопроникного шару, м/добу;  $V_{k+1}^{\text{II}}$  – швидкість фільтрації слабопроникного шару, м/добу.

Елемент сіткової моделі показано на рис. 5.2.

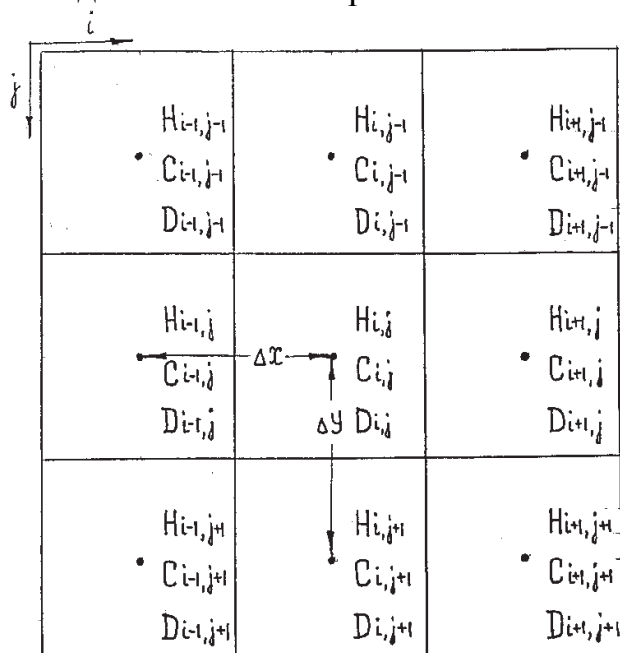


Рис. 5.2. Елемент сіткової моделі

21

Числове розв'язання задач масопереносу виконують за явною та неявною схемами. Для явних схем обчислюють критерій стійкості за нижчеподаними формулами, якщо параметри  $V$  і  $D$  – сталі величини:

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2D}, \quad \Delta x \leq \frac{2D}{V}. \quad (5.19)$$

Якщо параметри змінні в просторі, то застосовують такі формули:

$$\Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{2D_{\max}}, \quad \Delta x \leq \frac{2D_{\min}}{V_{\max}}, \quad (5.20)$$

де  $\Delta x$  – крок за просторовою координатою, м;  $\Delta t$  – крок у часі, доби.

Якщо критерій стійкості не виконується, необхідно зменшувати величини  $\Delta x$  і  $\Delta t$  або одну з них, краще  $\Delta t$ .

У випадку розв'язання планових гідрогеологічних задач В.М. Шестаков і В.А. Мироненко віддають перевагу методу, що має назву «за стрічками струму», слушно вважаючи його більш «гідрогеологічним», оскільки він відображає структуру фільтраційного потоку. Друга його перевага – можливість застосовувати системи одновимірних рівнянь для розв'язання двовимірної планової задачі.

### Контрольні запитання й завдання

1. Назвіть складові частини гідрогеологічного моніторингу.
2. Яке значення має словосполучення «оборотний зв'язок» у визначенні моніторингу?
3. Які задачі розв'язують за допомогою спостережної мережі?
4. Як обґрунтувати мінімально достатню кількість свердловин у досліджуваному елементі ландшафту?
5. Які недоліки має розрахункова міграційна схема «поршневе витіснення»?
6. Яка міграційна схема враховує двошарову будову водоносного горизонту?
7. За якими показниками визначають схему «неупорядкована макродисперсія»?

### Список рекомендованої літератури

- Аверьянов, С.Ф. Борьба с засолением орошаемых земель [Текст] / С.Ф. Аверьянов. – М.: Колос, 1978. – 288 с.
- Евграшкина, Г.П. Влияние горнодобывающей промышленности на гидрогеологические и почвенно-мелиоративные условия территорий [Текст] / Г.П. Евграшкина. – Д.: Монолит, 2003. – 200 с.
- Євграшкіна, Г.П. Вивчення прогнозування гідрогеологічних процесів методами математичного моделювання [Текст] / Г.П. Євграшкіна, Н.П. Шерстюк. – Д.: Вид-во Дніпропетр ун-ту, 2004. – 112 с.
- Мироненко, В.А. Динамика подземных вод [Текст] / В.А. Мироненко. – М.: Недра, 1983. – 360 с.

Мироненко, В.А. Охрана подземных вод в горнодобывающих районах [Текст] / В.А. Мироненко, В.Г. Румынин, В.К. Учаев. – Л.: Недра, 1980. – 320 с.

Основы гидрогеологических расчетов [Текст] / Ф.М. Бочеввер, И.В. Гармонов, А.В. Лебедев, В.М. Шестаков. – М.: Недра, 1965. – 308 с.

Охрана подземных вод в условиях техногенеза [Текст] / Н.С. Огняник, В.К. Рудаков, В.Ф. Рыбин, А.Б. Ситников. – К.: Вища шк., 1985. – 224 с.



Скабалланович, И.А. Гидрогеологические расчеты [Текст] / И.А. Скабалланович. – М.: Углетехиздат, 1954. – 388 с.

Справочник гидрогеолога [Текст] / сост. М.Е. Альтовский. – М.: Госгеолтехиздат, 1962. – 616 с.

Справочное руководство гидрогеолога [Текст]: в 2 т. / сост. В.М. Максимов. – Л.: Недра, 1981. – Т. 1. – 512 с.

Шестаков, В.М. Динамика подземных вод [Текст] / В.М. Шестаков. – М.: Изд-во МГУ, 1973. – 328 с.

## Зміст

Передмова	3
1. Основні рівняння, які описують гідрогеологічні процеси	4
2. Скінченно-різницева форма рівнянь, які описують гідрогеологічні процеси	6
3. Елементи фільтраційного потоку	8
4. Побудова депресійної кривої	11
5. Гідрогеологічний моніторинг	14
Список рекомендованої літератури	22

**Методичні вказівки до виконання  
практичних робіт із курсу  
«Динаміка підземних вод»**

Укладачі: д-р геол. наук, проф. Г.П. Євграфіна  
зав. лаб. О.Є. Сабадаш

---

Підписано до друку 20.07.12. Формат 60×84/16. Папір друкарський. Друк плоский.  
Ум. друк. арк. 1,4. Ум. фарбовідб. 1,4. Обл.-вид. арк. .  
Тираж 100 пр. Зам. №

---

РВВ ДНУ, просп. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010.  
Друкарня ДНУ, вул. Наукова, 5, м. Дніпропетровськ, 49050